



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Hálkova 6, 461 17 Liberec 1

Řízení jakosti a spolehlivosti

ŘÍZENÍ SPOLEHLIVOSTI - IV

Pavel Fuchs

David Vališ

Josef Chudoba

Jan Kamenický

Jaroslav Zajíček



Obsah prezentace

- Logické operace
- Pravidla pro práci s pravděpodobností
- Objekty
- Proces obnovy
- Ukazatele bezporuchovosti
- Ukazatele pohotovosti
- Ukazatele udržitelnosti
- Základní typy struktur systémů



Logické operace

Matematické operace s jevy

- 1) jestliže $A \subset B$ a $B \subset C$, potom $A \subset C$
- 2) jestliže $A \subset B$ a zároveň $B \subset A$, potom $A = B$
- 3) $A \cap B \subset A$, a zároveň $A \cap B \subset B$
jestliže $C \subset A$ a $C \subset B$, potom $C \subset A \cap B$
- 4) $A \subset A \cup B$; $B \subset A \cup B$
jestliže $A \subset C$ a $B \subset C$, potom $A \cup B \subset C$
- 5) Jev, který nastoupí právě tehdy, když nenastane jev A nazýváme jevem doplňkovým (komplementárním) k jevu A .
- 6) Jev, který spočívá v nastoupení jevu A a současně v nenastoupení jevu B nazýváme rozdílem jevů A a B ; symbolicky zapisujeme relaci $A \setminus B$.
- 7) Jev, který musí při každém pokusu nutně nastat nazýváme jevem jistým a označujeme Ω . Jev, který nastat nemůže nazýváme jevem nemožným a označujeme $\emptyset$.
- 8) Jevy A a B , které se vzájemně vylučují, tzn. jejichž průnik je jevem nemožným, $A \cap B = \emptyset$, nazýváme jevy neslučitelnými nebo disjunktními.



Matematické zákony pro operace s jevy (Booleova algebra)

- 1) Zákon komutativní (zaměnitelnosti), platí pro sjednocení a průnik jevů:

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

- 2) Zákon totožnosti:

$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

- 3) Zákon asociativní (slučitelnosti)

- operace sjednocení a průniku jevů jsou slučitelné)

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

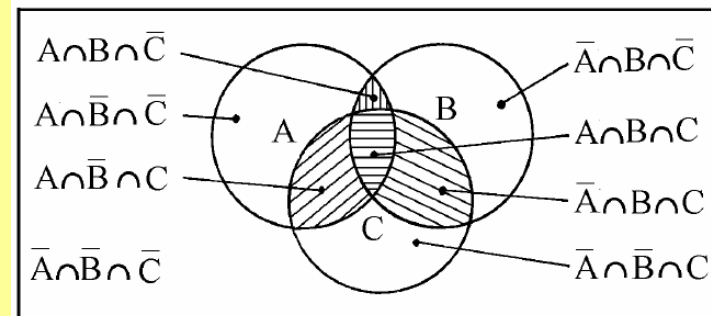
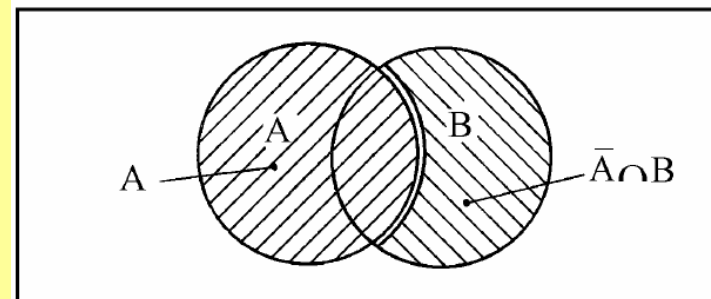
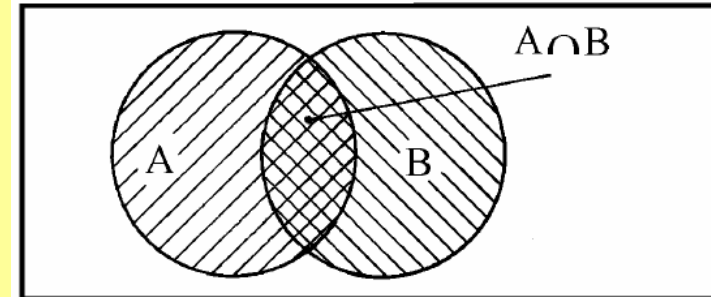
$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

- 4) Zákon distributivní (rozdělitelnosti)

- operace sjednocení a průniku jevů jsou rozdělitelné):

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$





- 5) Zákon absorpční:

$$A \cap (A \cup B) = A$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

- 6) Komplementy k jevům:

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$

- 7) Operace s $\emptyset$ a Ω :

$$\emptyset \cap A = \emptyset$$

$$\emptyset \cup A = A$$

$$\Omega \cap A = A$$

$$\Omega \cup A = \Omega$$



Pravidla pro práci s pravděpodobností

Pravděpodobnost a její axiomy

- 1) Axiom 1: Pravděpodobnost náhodného jevu $A \subset S$ je nezáporné číslo, nejvýše rovné jedné, tedy:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

- 2) Axiom 2: Pro libovolnou posloupnost disjunktních ($A_i \cap A_j = \emptyset$ pro všechna $i \neq j$) náhodných jevů $A_1, A_2, A_3, \dots$ ($A_i \subset S$) platí:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Tento axiom někdy bývá označován jako věta o sčítání pravděpodobností.

- 3) Axiom 3: Je-li Ω jistý jev, pak jeho pravděpodobnost je rovna 1, tedy
 $P(\Omega) = 1$



Vlastnosti pravděpodobnosti

- 1) Jestliže jev A implikuje jev B , potom pravděpodobnost jevu A je nejvýše rovna pravděp. jevu B .

$$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

Jev B lze totiž vyjádřit jako sjednocení dvou disjunktních jevů $B = A \cup (B \setminus A)$ a podle rovnice pro pravděpodobnost jevu B platí $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$.

Vzhledem k tomu, že obecně platí $P(B \setminus A) \geq 0$, musí být $P(B) \geq P(A)$.

- 2) Pravděpodobnost $\bar{A}$ (komplementárního jevu k jevu A) je:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Jevy A a $\bar{A}$ jsou disjunktní a jejich sjednocení je jev jistý. Potom plyne, že $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

- 3) Pravděpodobnost nemožného jevu $P(\emptyset)$ je:

$$P(\emptyset) = 0$$

Nemožný jev je komplementem jevu jistého a platí:

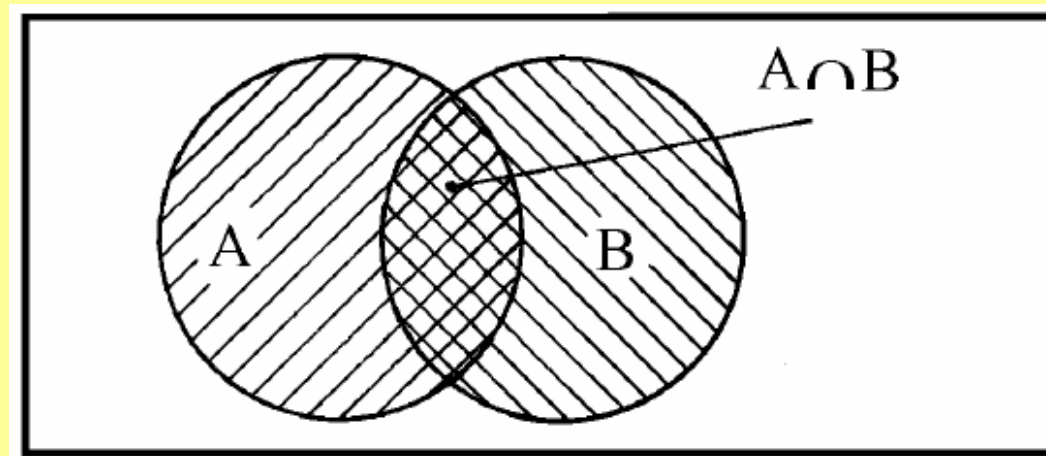
$$P(\emptyset) = 1 - P(\Omega) = 0.$$

- 4) Pravděpodobnost rozdílu jevů A a B je:

$$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$$



Součet a součin pravděpodobnosti



- Mějme jevy A a B . Pravděpodobnost nastoupení jevu A je $P(A)$, pravděpodobnost nastoupení jevu B je $P(B)$.

- Součet pravděpodobností

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Součin pravděpodobností

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$



Podmíněná pravděpodobnost

- Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$
- Pravděpodobnost jevu B je $P(B)$
- Podmíněná pravděpodobnost udává pravděpodobnost že nastane jev A , za podmínky že zároveň nastal jev B .
- Podmíněnou pravděpodobnost označujeme $P(A|B)$
- Vypočítáme ji $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- Příklad hod 2 kostkami. Jev A nastane, pokud součet bodů bude 4, jev B nastane, jestliže na první kostce bude lichý počet ok.

$$P(A) = \frac{3}{36} \qquad P(B) = \frac{18}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{9}$$



Objekty

Základní pojmy

- **Systém** – funkční celek, který se dělí na jednotlivé objekty.
- **Objekt** – jakákoliv součást, zařízení, část systému, funkční jednotka, přístroj nebo systém, s kterým je možné se individuálně zabývat.
- Objekty se jinak nazývají např. funkční blok, součástka, komponenta apod.
- Objekty rozdělujeme na objekt opravovaný a objekt neopravovaný.
- **Opravovaný objekt** – opravitelný objekt, který se po poruše skutečně opravuje.
 - Důležité je slovo skutečně. Každý objekt lze opravit, ale jenom malou část objektů skutečně opravujeme.
- **Neopravovaný objekt** – objekt, který se po poruše neopravuje.



Příklad

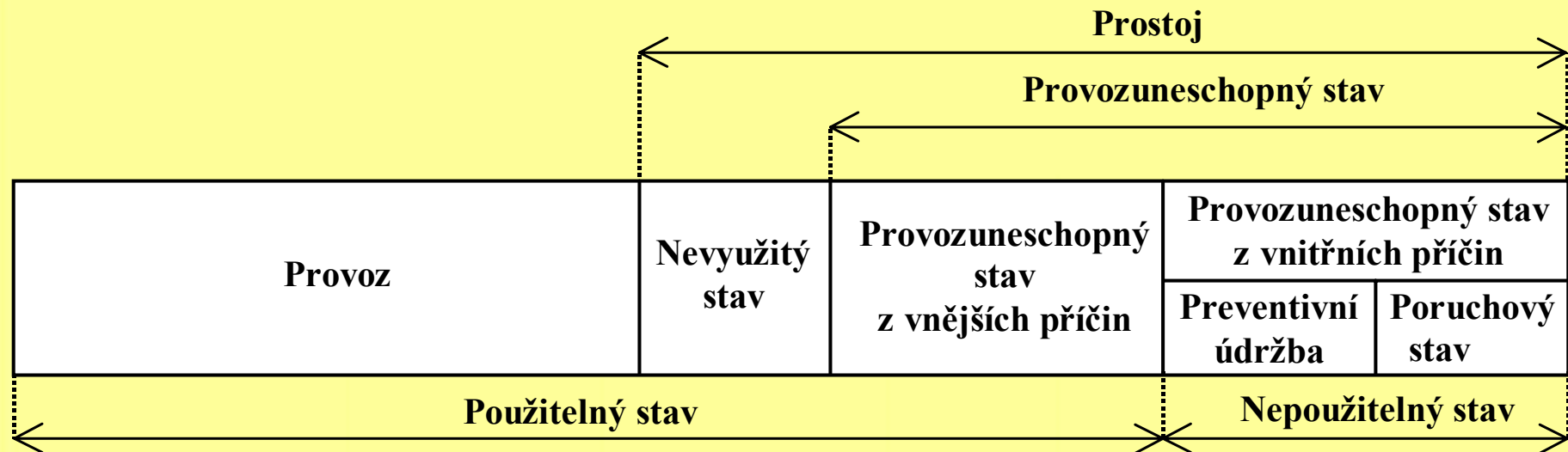
- Systémem může být například osobní automobil.
- Objektem v automobilu může být například:
 - Brzdová soustava, motor, chladicí soustava, systém topení, převodovka, palubní deska, interiér.
- Každý objekt je možno dále rozdělit na další objekty. Například motor na
 - Karburátor příp. vstřikovací jednotka, ojnice, písty, válce, vložky válců, zapalovací svíčky, kabeláž.
- Opravovaný objekt na motoru – karburátor, válce (oprava výbrusem)
- Neopravovaný objekt na motoru – svíčky

Zpravidla se zavádí členění na:

- systém,
- prvky, resp. komponenty systému.



Stavy objektu



- **Provoz** – stav, kdy objekt plní požadovanou funkci.
- **Prostoj** – stav, kdy objekt neplní požadovanou funkci.
- **Nevyužitý stav** – prostoj objektu v použitelném stavu v době nepožadované funkce.
- **Provozu neschopný stav** – stav objektu charakterizovaný jeho neschopností plnit z jakýchkoliv důvodů požadovanou funkci.



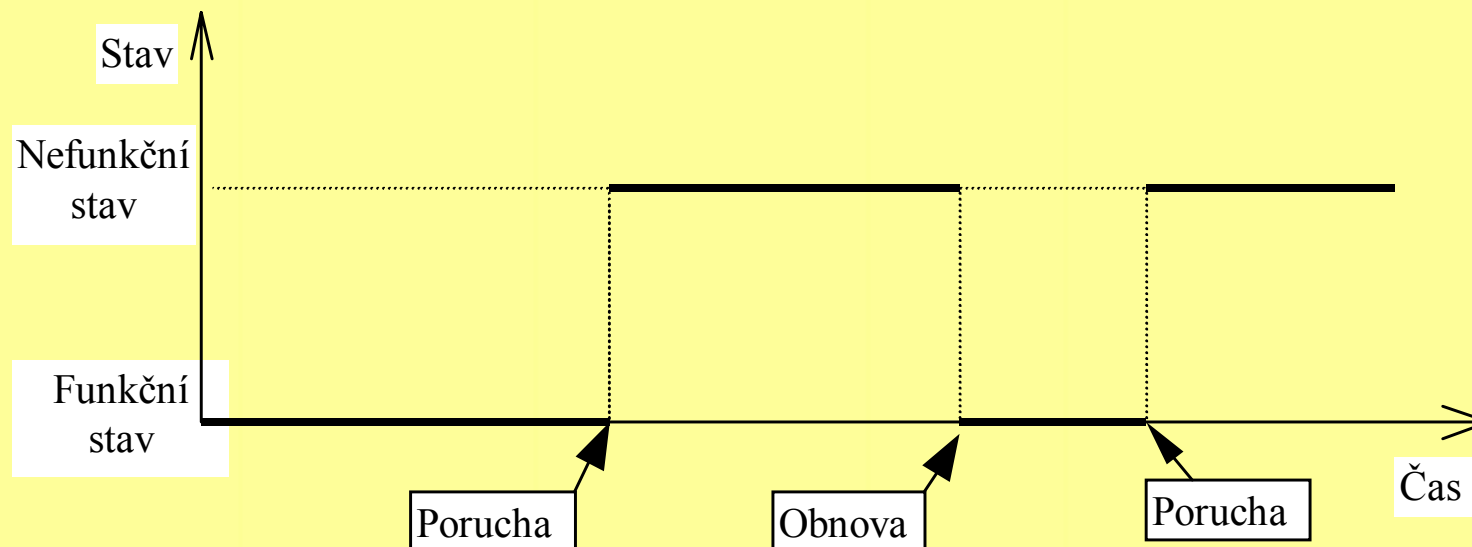
Porucha

- **Porucha** – ukončení schopnosti objektu plnit požadovanou funkci.
- **Poruchový stav** – stav objektu charakterizovaný neschopností plnit požadovanou funkci, kromě neschopnosti během preventivní údržby nebo jiných plánovaných činností, nebo způsobený nedostatkem vnějších prostředků.
- Každá porucha může vzniknout náhodně v čase.
- Při větším počtu zařízení lze vypočítat střední dobu do poruchy.
- Pomocí střední doby do poruchy lze vypočítat parametry statistického rozdělení.
- Statistické rozdělení se používají pro popis doby do poruchy, i pro popis doby do obnovy objektu.
- Nejčastěji se používá exponenciálního rozdělení.
 - Má pouze jeden parametr λ .
 - Pravděpodobnost, že u jednoho neopravitelného zařízení bude porucha v časovém intervalu $(t, t+\Delta t)$, za předpokladu, že v čase t byl objekt v provozuschopném stavu je konstantní. Tato pravděpodobnost je nazývána intenzitou poruch.



Proces obnovy

V praxi se vyskytují případy, kdy prvky (systémy) jsou charakterizovány diskrétními stavy a spojitým časem. Systém se může v libovolném okamžiku nacházet v jednom ze dvou stavů a přechody mezi nimi se náhodně střídají. Tento proces, který bývá označován jako prostý proces obnovy.





Struktura časových údajů pro kvantitativní analýzu spolehlivosti objektů

Doba použitelného stavu τ_u ; ; MUT					Doba nepoužitelného stavu MDT; MADT			
Doba využitého (obsazeného) stavu t_{vs} Doba provozu MTTF MTBF	Doba nevyužitého stavu; nevyužitá doba t_{nvs}	Doba pohotovostního stavu t_{pst}	Doba nepožadované funkce t_{nf}	Doba provozuneschopného stavu z vnějších příčin t_{pnsvep}	Doba provozuneschopného stavu z vnitřních příčin t_{pnsvip}			
					Doba poruchového stavu t_{prs} Doba do obnovy MTTR		Doba preventivní údržby t_{pu}	
					Doba nezjištěného poruchového stavu MUFT	Doba administrativního zpoždění MAD		Doba údržby po poruše MCMT
								Doba údržby t_u
Doba provozuschopného stavu t_{pss}				Doba provozuneschopného stavu t_{pns}				



Detailní rozklad doby údržby

Doba údržby t_u						
Doba preventivní údržby t_{pu}		Doba údržby po poruše ξ_r ; MCMT				
Doba logistického zpoždění MLD	Doba aktivní údržby MAMT				Doba logistického zpoždění MLD	
	Doba aktivní preventivní údržby t_{apu}	Doba aktivní údržby po poruše MACMT				
		Doba technického zpoždění MTD	Doba lokalizace porouchané části t_{lprc}	Doba aktivní opravy t_{aopr}		Doba kontroly t_{kontr}
		Doba opravy MRT				



Přechod mezi jednotlivými stavy je charakterizován **dvěma základními parametry**:

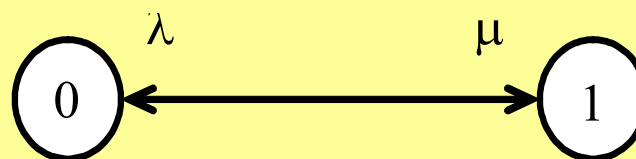
- okamžitou intenzitou poruch $\lambda(t)$
- okamžitou intenzitou oprav $\mu(t)$

Tyto parametry vyjadřují frekvenci střídání stavů.

Parametry přechodu se obecně mohou měnit s časem, zpravidla se předpokládá, že jsou konstantní.

Zjednodušený diagram přechodu mezi stavy

- funkční stav označme symbolem 1
- nefunkční stav symbolem 0





Ukazatele bezporuchovosti

- Bezporuchovost - anglicky reliability
- Schopnost objektu plnit požadovanou funkci v daných podmínkách a v daném časovém intervalu.
- Ukazatele bezporuchovosti
 - Pravděpodobnost bezporuchového provozu
 - Intenzita poruch
 - Střední doba do poruchy
- Ukazatele bezporuchovosti lze použít jak pro opravované objekty, tak pro neopravované objekty.



- Pravděpodobnost bezporuchového provozu
 - $R(t_1, t_2)$
 - Pravděpodobnost, že objekt může plnit požadovanou funkci v daných podmínkách v daném časovém intervalu (t_1, t_2) .
 - Obecně se předpokládá, že objekt je ve stavu schopném plnit požadovanou funkci na začátku časového intervalu.
 - Laicky udává pravděpodobnost s jakou bude objekt fungovat v čase (t_1, t_2) , pokud na začátku intervalu byl normálně funkční.
- Střední doba provozu mezi poruchami
 - $MTBF$
 - Očekávaná doba provozu mezi poruchami
 - Pro exponenciální rozdělení se vypočte jako $MTBF=1/\lambda$
- Podobně se definují:
 - Střední doba do poruchy $MTTF$
 - Střední doba do první poruchy $MTTFF$



Ukazatele pohotovosti

- Ukazatele pohotovosti lze využít pouze pro opravované objekty.
- Podobně jako u bezporuchovosti se pro konstantní intenzitu poruch používala λ , pro konstantní intenzitu oprav se používá μ .
- Funkce okamžité pohotovosti [nepohotovosti]
 - $A(t)$ [$U(t)$]
 - Pravděpodobnost, že objekt je [není] ve stavu schopném plnit v daných podmínkách a v daném časovém okamžiku požadovanou funkci, za předpokladu, že požadované vnější prostředky jsou zajištěny.
- Funkce okamžité pohotovosti je funkce omezená 0 a 1.
- Laicky funkce okamžité pohotovosti udává s jakou pravděpodobností bude [nebude] výrobek fungovat, pokud o něm víme pouze poměr doby bezporuchového a poruchového stavu..
- Funkce okamžité pohotovosti je velice často blízká 1.



Pravděpodobnost, v jakém stavu se objekt vyskytuje:

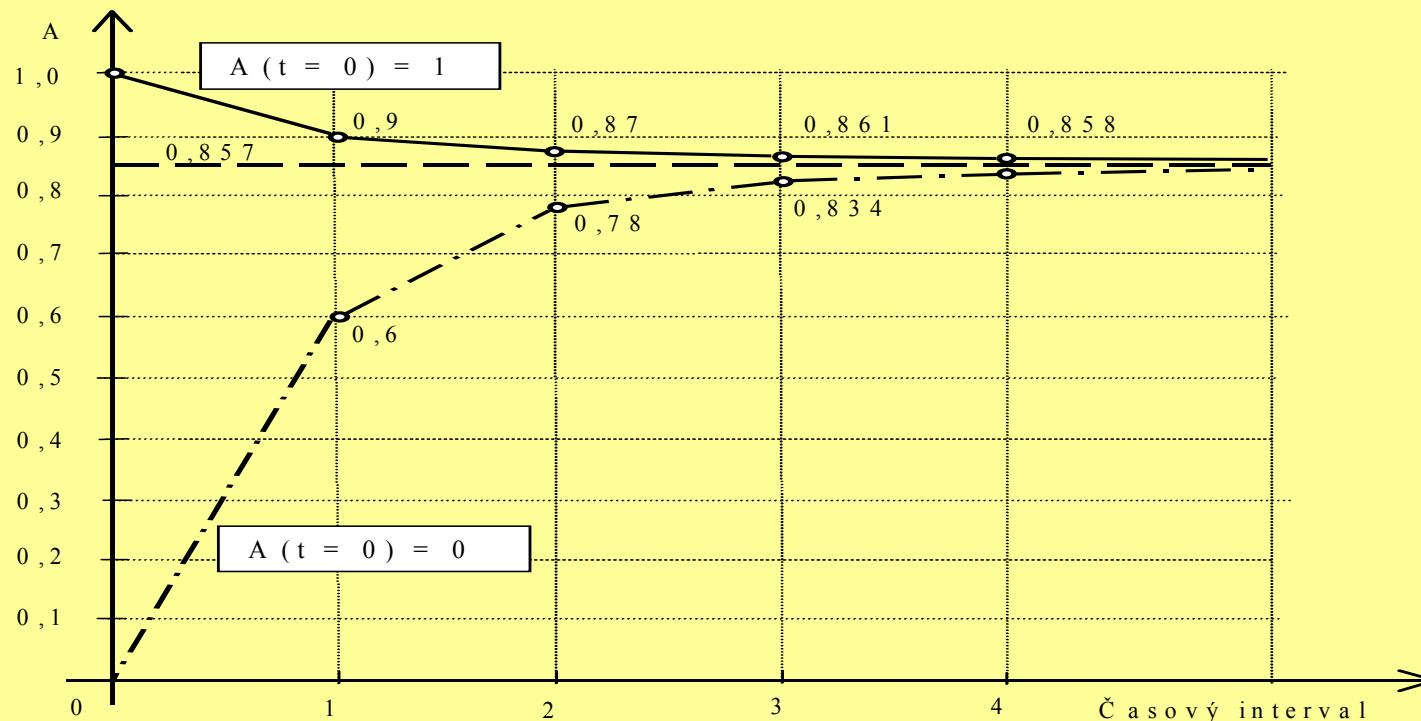
funkční (provozuschný) stav - funkce okamžité pohotovosti $A(t)$

nefunkční (neprovozuschný) stav - funkce okamžité nepohotovosti $U(t)$

Funkce $A(t)$ a $U(t)$ jsou vzájemně komplementární, součet v daném okamžiku je roven jedné.

Průběh funkce okamžité pohotovosti závisí na počátečním stavu hodnoceného objektu.

čas ($t = 0$) => objekt ve funkčním nebo v nefunkčním stavu.





Okamžitá pohotovost objektu (odvození platí jen pro exp. rozdělení)

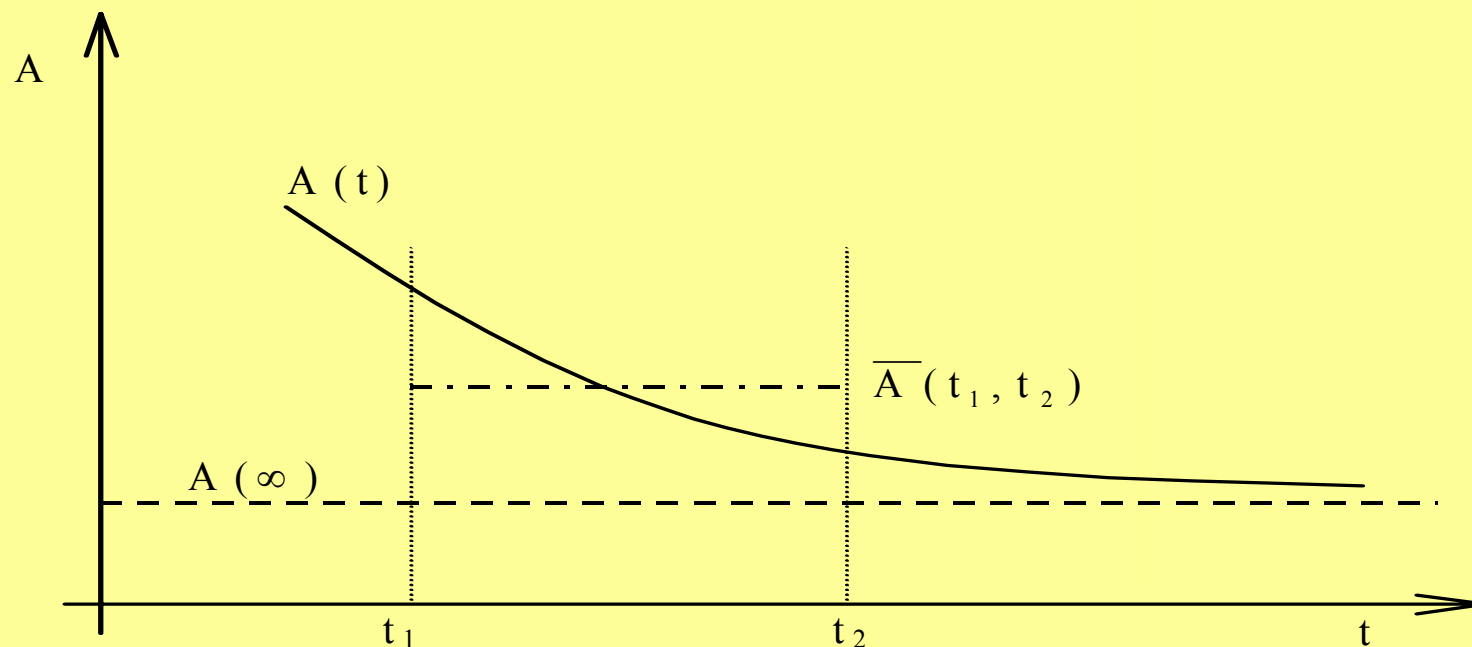
V čase $t=0$ je objekt v provozuschopném stavu $A(t=0) = 1$.

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot \exp[-(\lambda + \mu) \cdot t]$$

s rostoucím časem se blíží k ustálené hodnotě dané vztahem:

$$A(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

Vztahy mezi ukazateli pohotovosti





- Asymptotická pohotovost [nepohotovost]
 - A , $[U]$
 - Asymptotická pohotovost [nepohotovost] je limita okamžité pohotovosti [nepohotovosti], pro účely modelování, existuje-li, jestliže se doba blíží nekonečnu.
 - Obecně je to **ustálená hodnota pohotovosti [nepohotovosti]**.
 - Má nejjednodušší výpočtové vztahy a u velké většiny případů je ve shodě s realitou.
 - Nejvíce se používá při praktických výpočtech

$$A = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

$$U = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{MTTR}{MTBF + MTTR}$$

- Střední doba do obnovy
 - $MTTR$
 - Očekávaná doba do obnovy
 - Vypočte se $MTTR=1/\mu$

Hodnota A tedy vyjadřuje pravděpodobnost, že objekt, který je v ustáleném provozním režimu, bude v libovolném časovém okamžiku v provozuschopném stavu.

Hodnoty pohotovosti jsou určeny dvěma složkami bezporuchovostí a udržitelností. U provozovaných zařízení lze pohotovost zvyšovat prakticky jen na složce udržitelnosti.



Ukazatele udržitelnosti

Udržitelnost - schopnost objektu v daných podmínkách používání setrvat ve stavu nebo vrátit se do stavu, v němž může plnit požadovanou funkci, jestliže se údržba provádí v daných podmínkách a používají se stanovené postupy a zdroje.

Některé ukazatele udržitelnosti

- intenzita opravy (okamžitá)	$\mu(t)$
- střední intenzita opravy	$\bar{\mu}(t_1, t_2)$
- střední doba opravy	MRT
- střední doba do obnovy	MTTR
- střední pracnost údržby	$\bar{t}_{pu}$



Základní typy struktur systémů

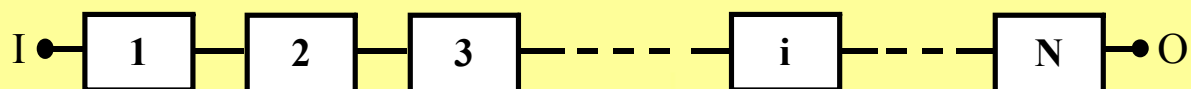
Přehled typů zapojení

- **Sériové zapojení**
 - Porucha **každého** prvku vyvolá poruchu celého systému.
 - Nejhorší možné zapojení z pohledu spolehlivosti.
- **Paralelní zapojení**
 - Porucha **všech** prvků vyvolá poruchu celého systému.
 - Nejlepší možné zapojení z pohledu spolehlivosti.
- **Systém m z n**
 - K poruše systému dojde při poruše minimálně **m z n** prvků.
 - Např. 2 ze 3. Při snímání teploty 3 různými teploměry minimálně 2 musí udávat nesprávnou hodnotu.
- **Sérioparalelní zapojení** – systém, který lze rozdělit na sériové a paralelní zapojení.
- **Obecné zapojení** – nejobecnější systém, který lze rozdělit na sériové, paralelní a **m z n** zapojení.

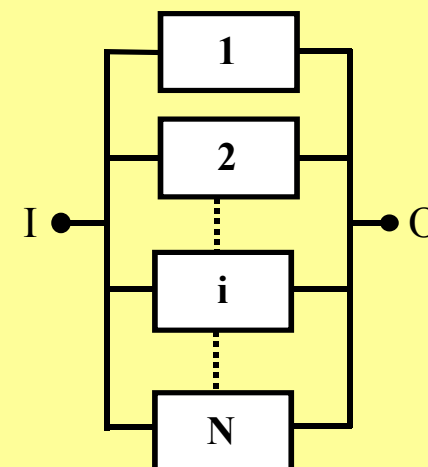


Příklad zapojení

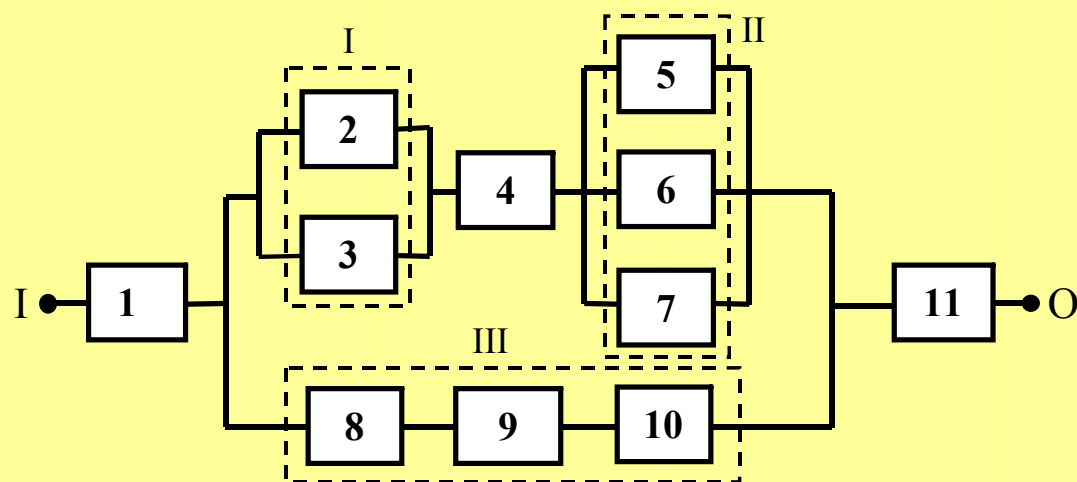
sériové



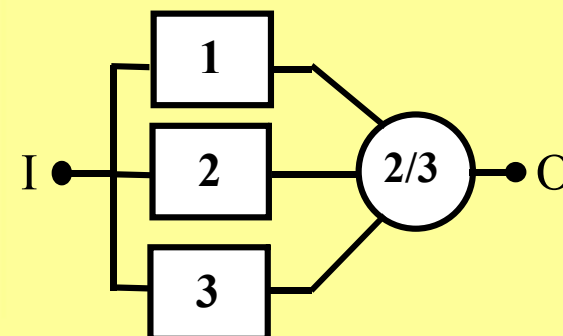
paralelní



smíšené



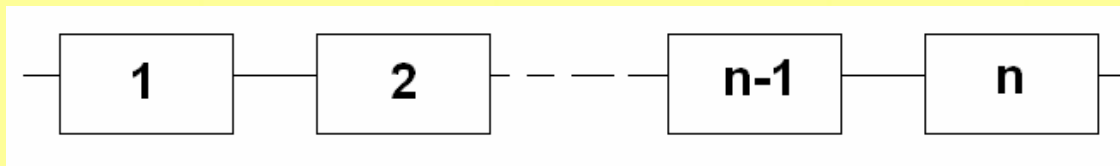
m z n





Sériový systém

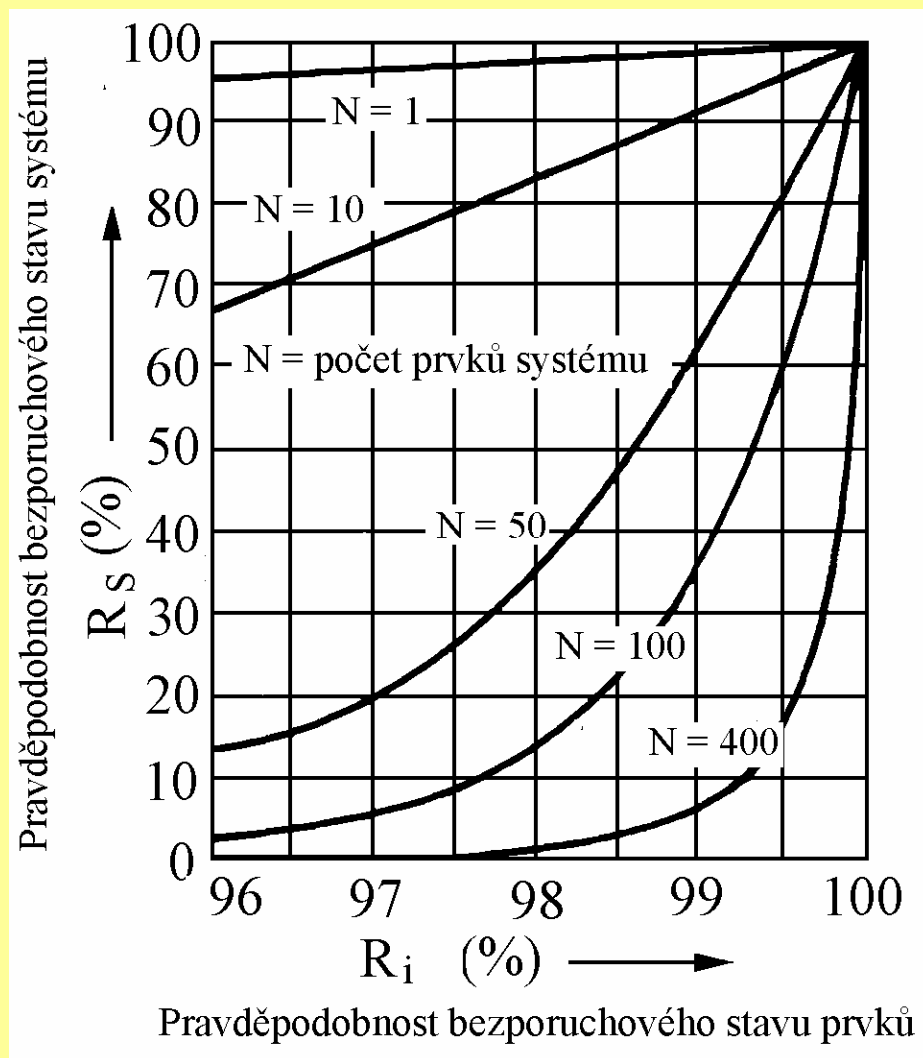
- Sériovou strukturou nazýváme takové funkční uspořádání systému, bez ohledu na jeho konkrétní konstrukční a technologické provedení, platí, že k poruše systému dojde při poruše jakéhokoliv komponenty.



- Komponenty jsou řazeny za sebou.
- Porucha každé komponenty vyvolá poruchu celého systému.
- Systém je v bezporuchovém stavu jen tehdy, pokud v bezporuchovém stavu jsou všechny komponenty.
- Podle schématu fyzického zapojení nemusí být všechny komponenty v typicky v sériovém zapojení (mohou být zapojeny i paralelně). Pro funkci je třeba bezporuchového stavu všech komponent, systém je v sériovém zapojení z hlediska bezporuchovosti. Pokud však dojde k poruše na libovolné komponentě dojde zároveň také k poruše systému.

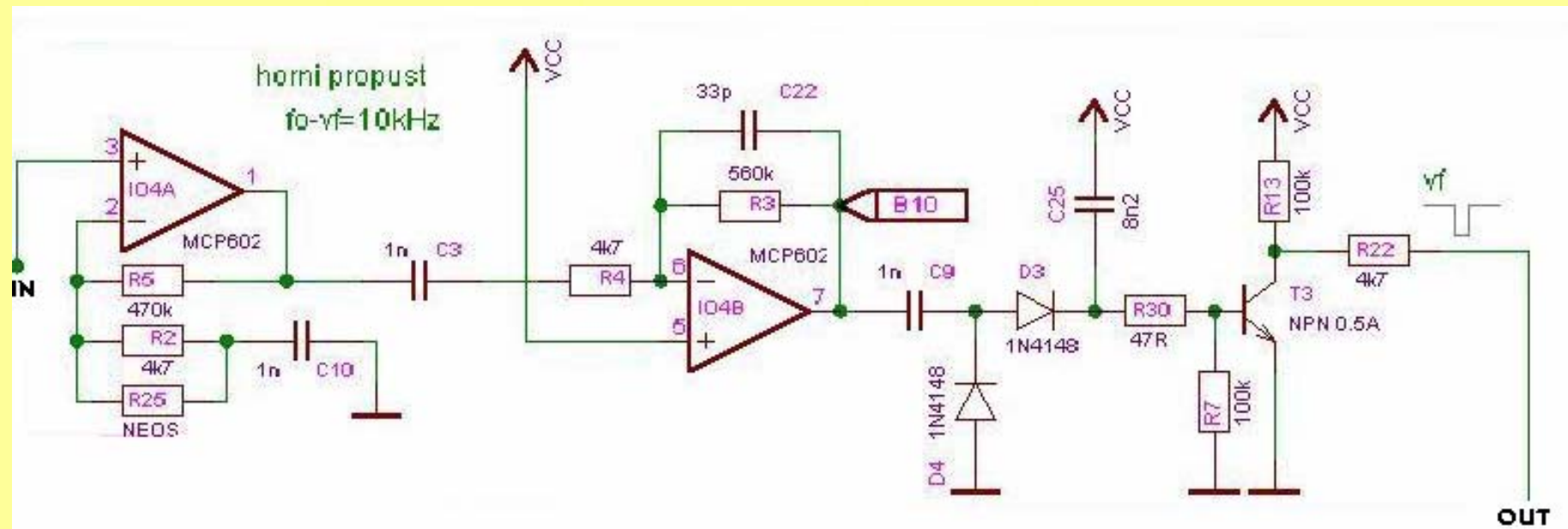


Závislost bezporuchovosti sériového systému na bezporuchovosti komponent





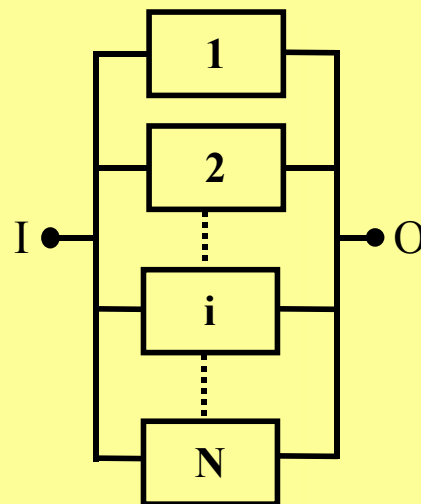
- Porucha každé komponenty způsobí poruchu celého funkčního bloku.
 - sériové zapojení z hlediska bezporuchovosti





Paralelní systém

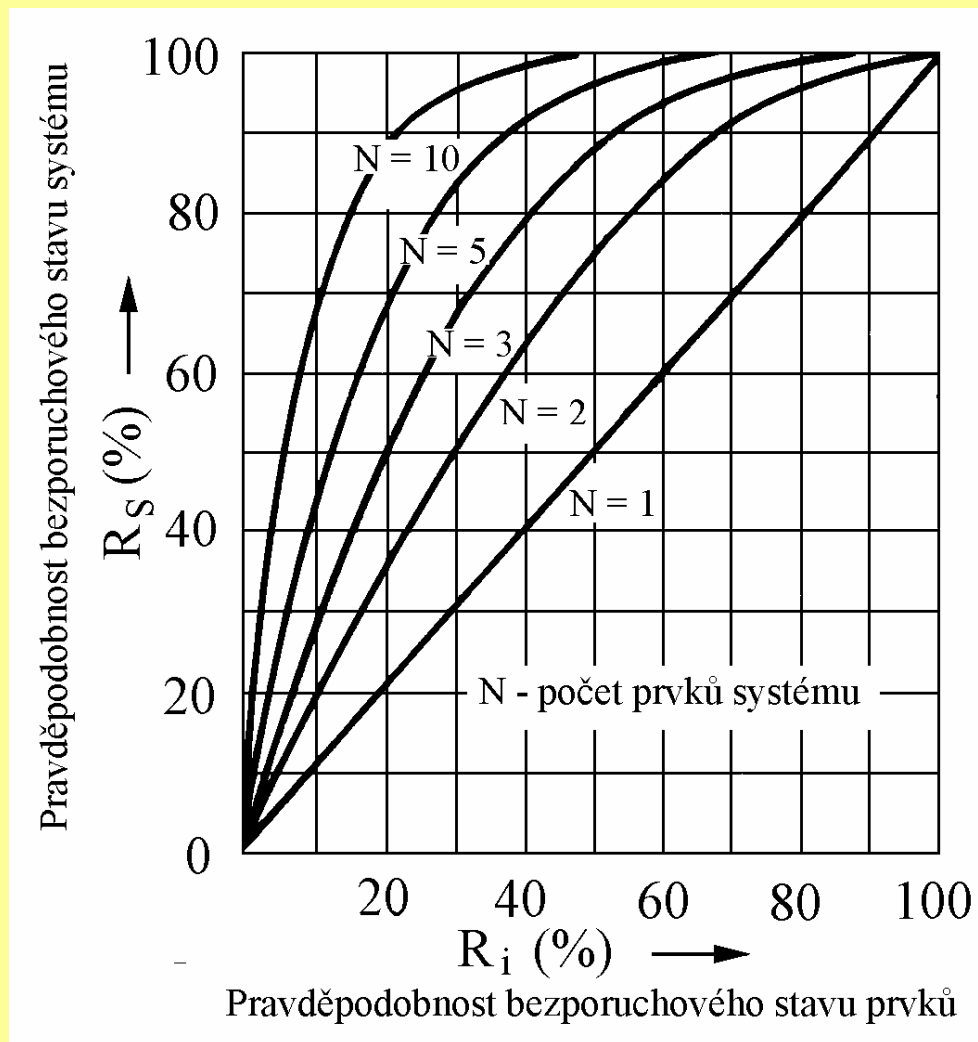
- Paralelní strukturou nazýváme takové funkční uspořádání systému, bez ohledu na jeho konkrétní konstrukční a technologické provedení, platí, že k poruše systému dojde až při současné poruše všech jeho komponent.



- K poruše systému dojde až při současné poruše všech jeho komponent.
- Paralelní systém se nachází v bezporuchovém stavu, je-li v bezporuchovém stavu alespoň jedna jeho komponenta.
- V poruchovém stavu se systém nachází, jsou-li v poruchovém stavu současně všechny jeho komponenty.



Závislost bezporuchovosti paralelního systému na bezporuchovosti komponent





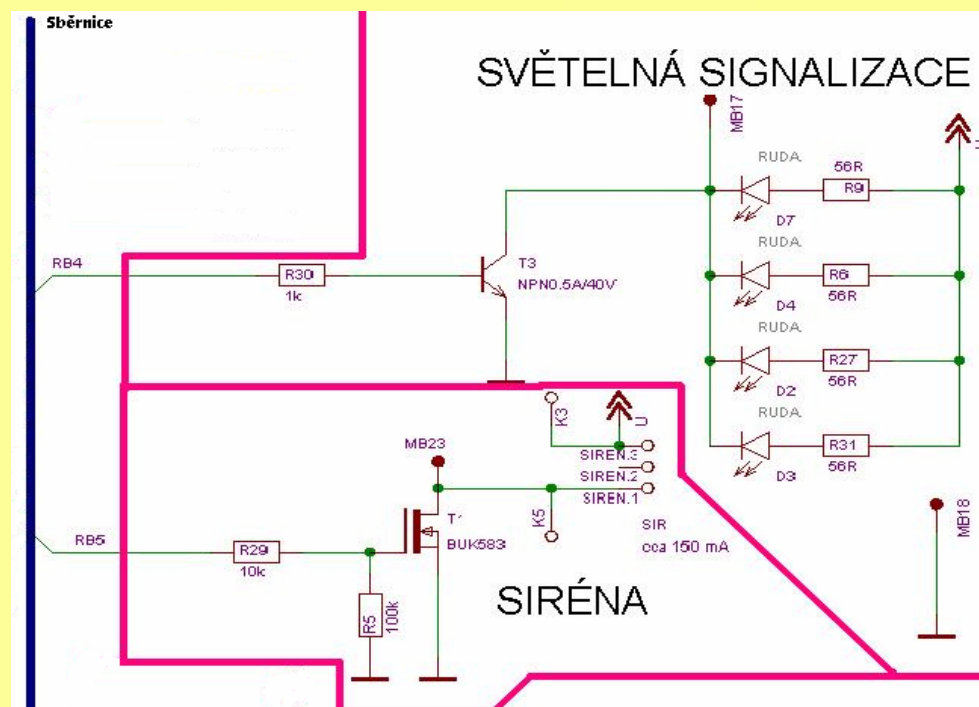
Paralelní systém

- Paralelní zapojení komponent představuje co do číselné hodnoty odhadu pravděpodobnosti bezporuchového stavu systému nejlepší případ.
- Oprávněnost použití paralelního modelu je třeba v každém jednotlivém případě důkladně posoudit. Neodůvodněná aplikace paralelního modelu může vést ke značně zkreslenému hodnocení bezporuchovosti systému tak, že mu bude přisuzována podstatně vyšší úroveň bezporuchovosti, než kterou reálně má (případ poruch se společnou příčinou).
- Podobně jako u sériového systému i v případě paralelního systému hraje významnou roli závislost poruch komponent systému na společné příčině



Příklad paralelního systému na signálu sanitky

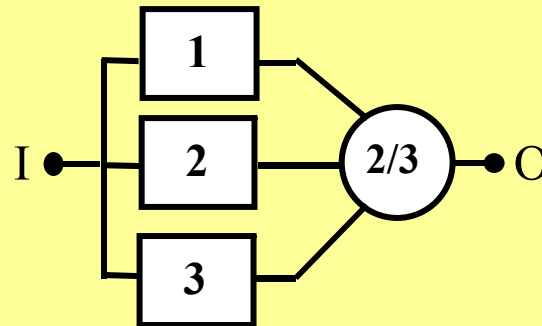
- Požadovaná funkce „varovný signál - houkání nebo blikání majákem“ je splněna obvodem světelné **nebo** akustické signalizace. Jedná se o paralelní systém.
- Pro funkci „varovný signál - houkání a zároveň blikání majákem“ musí být v pořádku oba obvody. Jedná se o sériový systém.





Systém m z n

- Systém m dobrých z n je takový systém, který má $n > m$ prvků a k jehož bezporuchové funkci musí být v bezporuchovém stavu alespoň m prvků v libovolné kombinaci. Systému se někdy říká systém, pracující v logice m z n .
- Systém m z n se používá například u čidel, kdy se obvykle používá zapojení 2 ze 3. Systém je v poruše, pokud dvě nebo všechna tři čidla jsou v poruše.



- Systém m z n je často navrhován tak, aby každá část zálohování byla založena na jiném funkčním principu (diverzita).



System $m z n$

- Výhody:
 - Větší bezpečnost než při paralelním zálohování. Při paralelním zálohování může vzniknout porucha se společnou příčinou a tato porucha vyřadí všechny prvky.
- Nevýhody:
 - Nákladnější projekt a realizace
- Použití zabezpečovací systémy
 - Provoz železničních drah
 - Chemické provozy
 - Energetické provozy



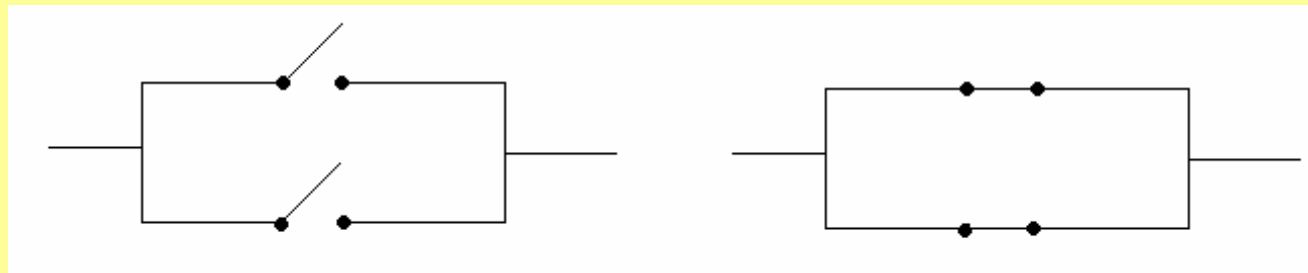
Smíšené a obecné systémy

- Smíšené systémy lze rozložit na jednotlivé sérioparalelní struktury.
- Pro výpočet $R(t)$ smíšených systémů se postupuje dekompozicí na jednodušší úrovně zapojení a po výpočtu jejich dílčích $R(t)$ se tyto agregují do $R(t)$ úplného systému.
- Pro výpočet $R(t)$ systémů jako celku se využívá numerická matematika.
- Každou obecnou strukturu lze rozdělit na sériové, paralelní a m z n zapojení a vyšetřovat je odděleně.



Příklad funkčního zapojení spínačů

- Mějme 2 spínače, které jsou **fyzicky** zapojeny paralelně.
- Příklad 1 – všechny spínače jsou otevřeny a mají sepnout. Ze spolehlivostního hlediska jsou v paralelním zapojení. Stačí, aby sepnul jeden spínač a funkce je vykonána.
- Příklad 2 - všechny spínače jsou sepnuty a mají rozepnout. Ze spolehlivostního hlediska jsou v sériovém zapojení. Pokud jeden spínač nerozepne bude vstup propojen s výstupem a funkce nebude vykonána.



- V návrhu je vždy nutno uvažovat jakou funkci má zařízení plnit.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Hájkova 6, 461 17 Liberec 1

Děkuji Vám za pozornost.